

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES – CLASSE DE SECONDE

Inéquations, factorisation et modélisation

Durée : 55min

Calculatrice autorisée

Consignes : La qualité de la rédaction et la clarté des tableaux de signes seront des éléments déterminants de l'évaluation. Tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.

Exercice 1 – Étude de signes (4 points)

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes :

1. $(2x - 5)(3x + 2) \geq 0$

2. $-2x(x + 7) < 0$

3. $(1 - 4x)(x - 1) \leq 0$

4. $x^2(5 - x) > 0$

Exercice 2 – Factorisation et Inéquations (5 points)

Pour chaque cas, transformer l'expression (factorisation, identités remarquables) pour vous ramener à une étude de signe, puis résoudre :

1. $(x + 1)(2x - 3) + (x + 1)^2 \leq 0$

2. $4x^2 - 49 > 0$

3. $(x - 5)(2x + 1) \leq x^2 - 25$

4. $9(x - 1)^2 - 4 < 0$

Exercice 3 – Quotients et Valeurs interdites (5 points)

Résoudre les inéquations suivantes en faisant attention aux valeurs interdites. *Note : pour les questions (c) et (d), tout passer dans un seul membre et réduire au même dénominateur.*

1. $\frac{5 - x}{2x + 4} \geq 0$

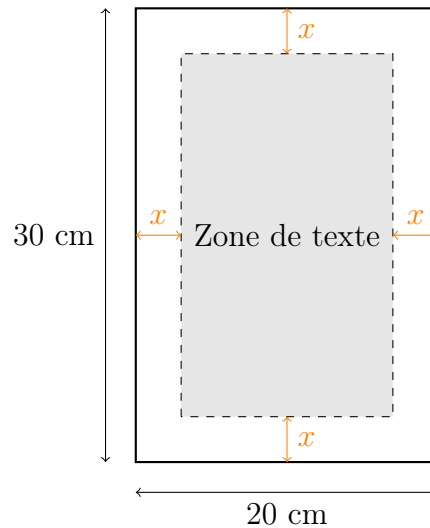
2. $\frac{x^2 - 16}{2x + 8} < 0$

3. $\frac{3}{x - 2} \leq 1$

4. $\frac{1}{x + 1} > \frac{1}{x - 1}$

Exercice 4 – Situation réelle : Design d’une affiche (6 points)

Un graphiste doit concevoir une affiche rectangulaire de **20 cm sur 30 cm**. Il souhaite laisser une bordure blanche de largeur x (en cm) tout autour du rectangle central qui contiendra le texte et les images.



1. À quel intervalle doit appartenir le réel x pour que la zone de texte existe réellement ?
2. Montrer que l’aire de la zone de texte (en gris), notée $S(x)$, est donnée par :

$$S(x) = (20 - 2x)(30 - 2x)$$

3. Développer et réduire l’expression de $S(x)$.
4. Le client impose que la zone de texte doit occuper au moins **416 cm²**.
 - (a) Montrer que cette contrainte revient à résoudre l’inéquation : $4x^2 - 100x + 184 \geq 0$.
 - (b) Vérifier que $4x^2 - 100x + 184 = 4(x - 2)(x - 23)$.
 - (c) À l’aide d’un tableau de signes, déterminer la largeur x maximale que le graphiste peut choisir pour satisfaire le client.