

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES – CLASSE DE SECONDE

Vecteurs dans le repère

Durée : 55 min Calculatrice autorisée

Le contrôle comporte **4 exercices indépendants**. La qualité de la rédaction, la rigueur des raisonnements et la clarté des conclusions seront prises en compte dans la notation.

Exercice 1 – Coordonnées d'un vecteur et opérations (6 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points suivants :

$$A(1; 3), \quad B(5; -1), \quad C(-2; 4), \quad D(3; 6).$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{CD} .
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.
3. On considère le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Écrire \vec{v} comme combinaison linéaire de $\vec{i} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
4. Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. (*Relation de Chasles*)

Exercice 2 – Milieu d'un segment et distance entre deux points (5 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On donne :

$$P(-4; 2), \quad Q(6; -2), \quad R(1; 5).$$

1. Calculer les coordonnées du milieu M du segment $[PQ]$.
2. Calculer la distance PQ .
3. Calculer la distance PR et la distance QR .
4. Le triangle PQR est-il isocèle ? Justifier.
5. On cherche le point S tel que $PQSR$ soit un parallélogramme (dans cet ordre de sommets). Calculer les coordonnées de S .

Exercice 3 – Colinéarité et déterminant (5 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$.
 - Calculer le déterminant de (\vec{u}, \vec{v}) .
 - Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ? Justifier.
- On donne les points $E(2; 1)$, $F(5; 4)$ et $G(8; 7)$.
 - Calculer les coordonnées de \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{EG} .
 - Calculer le déterminant de $(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG})$.
 - Les points E , F et G sont-ils alignés ? Justifier.
- On donne les points $H(1; 2)$, $I(4; k)$ et $J(7; 8)$ où k est un réel. Déterminer la valeur de k pour que H , I et J soient alignés.

Exercice 4 – Problème de géométrie dans le repère (4 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points :

$$A(0; 0), \quad B(6; 0), \quad C(4; 4), \quad D(2; 4).$$

- Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DC} et \overrightarrow{AD} .
- Montrer que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} ne sont pas colinéaires.
- Calculer les milieux I de $[AC]$ et J de $[BD]$.
- Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont-elles le même milieu ? Que peut-on en conclure sur la nature du quadrilatère $ABCD$?